

Backgammon et mathématiques pour débutant



Ce cahier est destiné au joueur débutant au Backgammon et souhaitant découvrir au travers d'exercices quelques certitudes liées à ce jeu, pouvant être abordées mathématiquement. Les questions sont détaillées au maximum afin de pouvoir travailler et progresser en autonomie. Une correction des exercices est tout de même proposée en fin de cahier.

Merci à mes élèves Lorick Trezentos, Martin Cochois, Edgar Kostanian, Tom Coupard, Justine Alexandre et Romain Grelier d'avoir été les premiers à compléter ce cahier et ainsi me permettre ajustements et rectifications. Merci aux enseignants et joueurs Alain Wendling, Sébastien Lutz, Brice Lassourd, Maxime Peytavin, Alexandre Bouchet pour leurs relectures, corrections et remarques.

Vous pouvez m'adresser tout commentaire ou question à nicolas.mace1@ac-rennes.fr.

*Nicolas Macé
le 21 août 2024*

***Les règles du jeu, dont le déroulement des matchs avec cube,
sont supposées connues.***

Dans tout le cahier, Blanc sort côté droit du plateau.

Backgammon et mathématiques pour débutant

I. PROBABILITES

- 1. Modèle de probabilité** *page 1*
- 2. Frappes** *page 2*
- 3. Rentrées de la barre** *page 7*

II. CUBE

- 1. Scénarios de matchs** *page 8*
- 2. Matchs à 3 points** *page 9*
- 3. Matchs à 5 points** *page 11*
- 4. Matchs à n points** *page 14*

III. RETARD A LA COURSE

- 1. Calcul direct** *page 15*
- 2. Retard à la course sans couleur** *page 17*
- 3. Méthode des pions en surplus**
 - a) 1^{er} cas : 15 pions face à 15 pions** *page 19*
 - b) 2^e cas : 15 pions au-delà de la 12^e flèche** *page 27*

CORRIGES DES EXERCICES *page 35*

I. PROBABILITES

1. Modèle de probabilité

Exercice 1 : Quel modèle adopter ?

1) Pourquoi chaque face d'un dé a-t-elle la même probabilité d'apparaître ?

2) On lance deux dés sans les distinguer environ 10 000 fois. Voici les nombres d'occurrences obtenus :

Dés	6-6	6-5	6-4	6-3	6-2	6-1	5-5	5-4	5-3	5-2	5-1	4-4	4-3	4-2	4-1	3-3	3-2	3-1	2-2	2-1	1-1
Occurrences	276	554	552	560	551	561	278	557	556	555	554	280	553	549	559	274	550	558	271	556	283

On appelle "**double**" les tirages de deux dés faisant apparaître le même chiffre sur les deux dés.
Comment expliquer la grande différence de distribution entre les six cases des doubles et les 15 autres ?

3) Voici les tirages possibles de deux dés en distinguant ces deux dés:

1 1	2 1	3 1	4 1	5 1	6 1
1 2	2 2	3 2	4 2	5 2	6 2
1 3	2 3	3 3	4 3	5 3	6 3
1 4	2 4	3 4	4 4	5 4	6 4
1 5	2 5	3 5	4 5	5 5	6 5
1 6	2 6	3 6	4 6	5 6	6 6

Quelle est la probabilité de chacun de ces tirages obtenus en distinguant les deux dés ?

2. Frappes

Exercice 2 : Probabilité de frappes simples sans obstacle.

1. C'est à Noir de jouer vers la gauche. Blanc se situe à une distance égale à 1 de Noir.



a) Entourez dans le tableau les tirages permettant à Noir de frapper l'adversaire :

11	21	31	41	51	61
12	22	32	42	52	62
13	23	33	43	53	63
14	24	34	44	54	64
15	25	35	45	55	65
16	26	36	46	56	66

b) Quelle est alors la probabilité pour Noir d'obtenir un tirage qui frappe à une distance égale à 1 ?

.....

2. C'est à Noir de jouer vers la gauche. Blanc se situe à une distance égale à 4 de Noir, sans obstacle entre eux.



a) Entourez dans le tableau les tirages permettant à Noir de frapper l'adversaire (on rappelle qu'un double permet de jouer quatre fois le chiffre obtenu) :

11	21	31	41	51	61
12	22	32	42	52	62
13	23	33	43	53	63
14	24	34	44	54	64
15	25	35	45	55	65
16	26	36	46	56	66

b) Quelle est alors la probabilité pour Noir d'obtenir un tirage qui frappe à une distance égale à 4 sans obstacle ?

.....

Exercice 3 : Quelle sont les sept distances entre 1 et 24 (sans obstacle) qui ne permettent aucune frappe ?

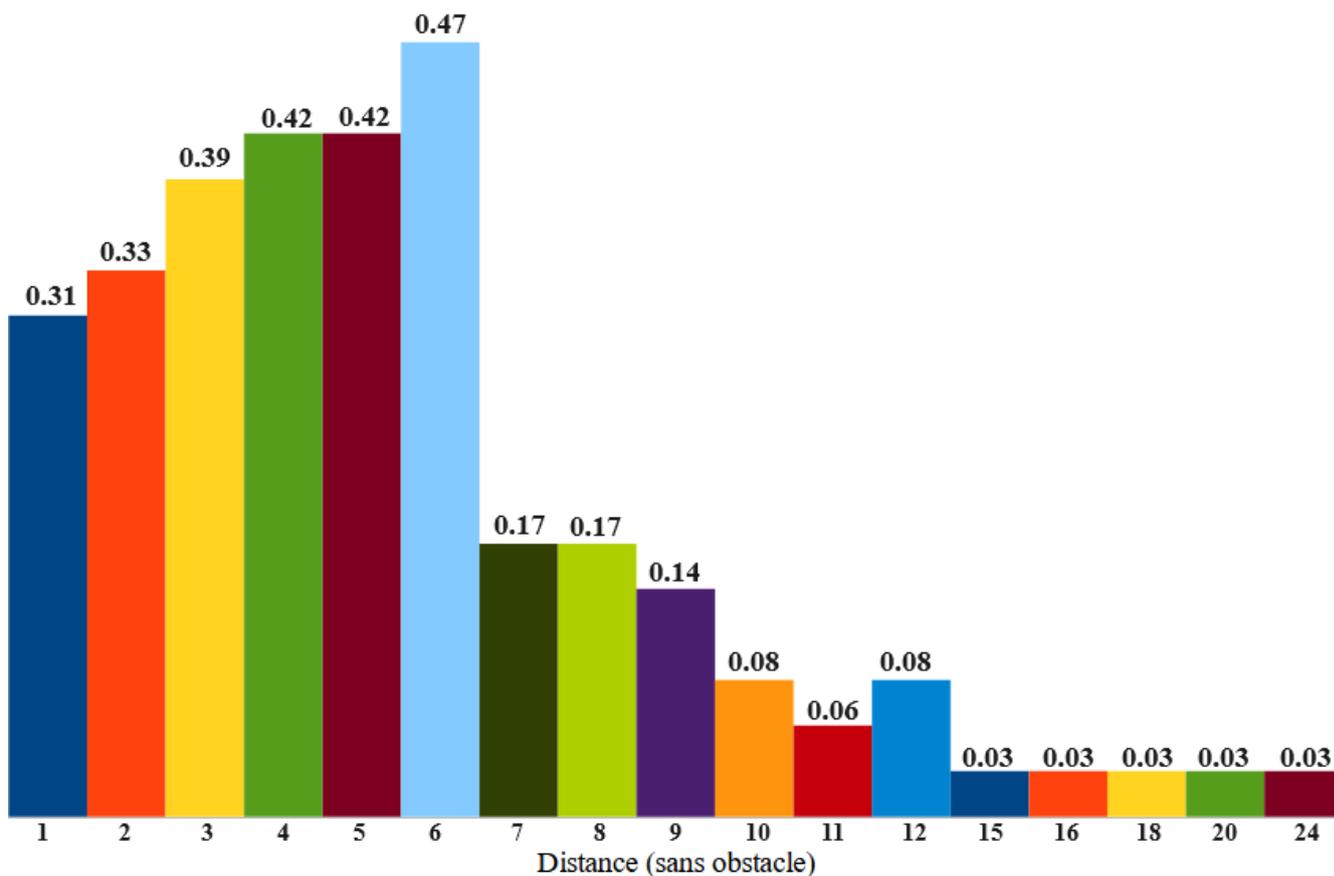
.....

Exercice 4 : Probabilité de frappes simples sans obstacle.

Compléter le tableau. Les jets doubles sont comptés une seule fois, les jets simples sont comptés deux fois.

Distance sans obstacle	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	15	16	18	20	24	
Jets qui frappent à cette distance	1-1 1-2 1-3 1-4 1-5 1-6			4-1 4-2 4-3 4-4 4-5 4-6 1-1 1-3 2-2		6-1 6-2 6-3 6-4 6-5 6-6 1-5 2-2 2-4 3-3												
Nombre de jets qui frappent	11			15		17												

En divisant par 36 les nombres obtenus à la dernière ligne, retrouver les probabilités de frapper indiquées dans l'histogramme suivant :



Exercice 5 : Des résultats à connaître !

Cochez les bonnes réponses :

Le plus grand écart de probabilités de frapper de deux distances successives est entre les distances :

- 5 et 6
- 6 et 7
- 7 et 8

Il y a autant de chance de frapper à une distance égale à 3 qu'à une distance égale à 4.

- Vrai
- Faux

Il y a autant de chance de frapper à une distance égale à 4 qu'à une distance égale à 5.

- Vrai
- Faux

Il y a autant de chance de frapper à une distance égale à 7 qu'à une distance égale à 8.

- Vrai
- Faux

Il y a autant de chance de frapper à une distance égale à 8 qu'à une distance égale à 9.

- Vrai
- Faux

La probabilité de frapper à une distance égale à 11 est plus grande qu'à une distance égale à 12.

- Vrai
- Faux

Exercice 6 : Probabilité d'une simple frappe avec obstacle.

Blanc a construit son point 4. C'est à Noir de jouer vers la gauche :



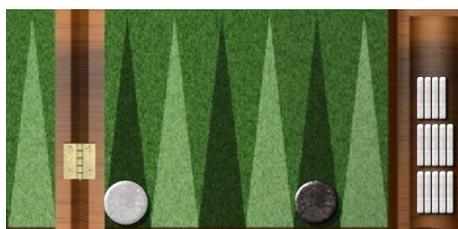
Quelle est la probabilité pour Noir de frapper ? Justifier en énumérant les jets qui frappent.

Exercice 7 : Avec ou sans différence malgré l'obstacle.

1. Y a-t-il une différence de probabilité pour Noir de frapper entre ces deux situations ? Justifier.



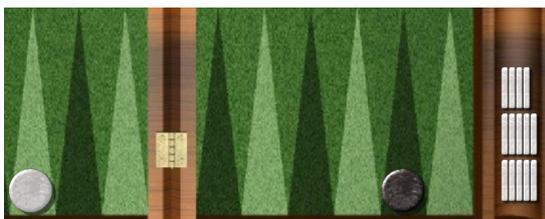
2. Y a-t-il une différence de probabilité pour Noir de frapper entre ces deux situations ? Justifier.



3. Y a-t-il une différence de probabilité pour Noir de frapper entre ces deux situations ? Justifier.



4. Y a-t-il une différence de probabilité pour Noir de frapper entre ces deux situations ? Justifier.



Exercice 8 : Simple frappe avec deux attaquants.

C'est à Noir de jouer vers la gauche :



Quelle est la probabilité pour Noir de frapper ? Justifier en énumérant les jets qui frappent.

Exercice 9 :

C'est à Noir de jouer vers la gauche :



Quelle est la probabilité pour Noir de frapper ? Justifier en énumérant les jets qui frappent.

Exercice 10 :

C'est à Noir de jouer vers la gauche :



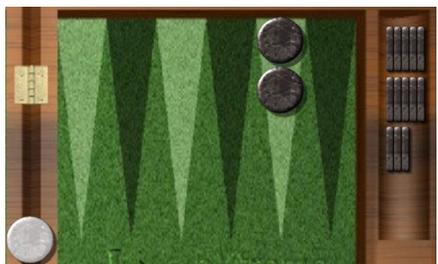
Quelle est la probabilité pour Noir de frapper ? Justifier en énumérant les jets qui frappent.

3. Rentrées de la barre

Exercice 11 : Une porte fermée.



Ici, quels jets ne permettent pas à Blanc de rentrer de la barre ?

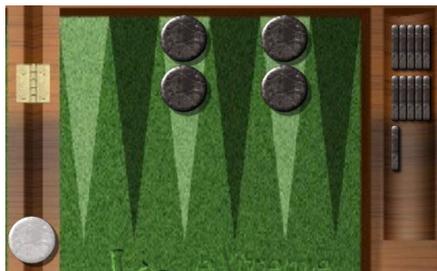


Ici, Quels jets ne permettent pas à Blanc de rentrer de la barre ?

Quelle est la probabilité (sur 36) de ne pas rentrer lorsqu'une porte de l'adversaire est fermée ?

Quelle est alors la probabilité de rentrer lorsqu'une porte de l'adversaire est fermée ?

Exercice 12 : Deux portes fermées.



Ici, quels jets ne permettent pas à Blanc de rentrer de la barre ?

Quelle est la probabilité (sur 36) de ne pas rentrer lorsque deux portes de l'adversaire sont fermées ?

Quelle est la probabilité de rentrer lorsque deux portes de l'adversaire sont fermées ?

Exercice 13 : Formule générale : n portes fermées



Quelle est la probabilité de ne pas rentrer lorsque n portes sont fermées ?

Quelle est la probabilité de rentrer lorsque n portes sont fermées ?

Complétez le tableau :

Nombre de portes fermées	0	1	2	3	4	5	6
Probabilité de rentrer de la barre							

II. CUBE



1. Scénarios de matchs :

Exercice 14 : Donnez au moins 6 scénarios possibles et diversifiés de votre score, en autorisant gammon, backgammon, double et redouble pour atteindre la victoire dans un match à 3 points (sans évoquer le score adverse) ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Matches à 3 points

Exercice 15 : Vous jouez un match à 3 points et **votre adversaire mène 1 à 0.**
Votre adversaire décide de doubler et vous acceptez ce double.
Que faites-vous à votre prochain tour de jouer ? Pourquoi ?

.....

.....

.....

.....



Exercice 16 : Vous jouez un match à 3 points et **votre adversaire mène 2 à 1 post-Crawford.**
Le premier jet de dés de la partie donne la main à votre adversaire,
et plutôt défavorablement (2-1 par exemple).
Que faites-vous à votre prochain tour de jouer ? Pourquoi ?

.....

.....

.....

.....



Exercice 17 : Vous jouez un match à 3 points et **votre adversaire mène 2 à 1 post-Crawford.**
Le premier jet de dés de la partie donne la main à votre adversaire,
et plutôt favorablement (3-1 par exemple).
Que faites-vous à votre prochain tour de jouer ? Pourquoi ?

.....

.....

.....

.....





Pour les exercices 18, 19, 20 et 21.

Exercice 18 : Vous jouez un match à 3 points et **vous menez 2 à 1 post-Crawford**.
Votre adversaire obtient la main avec un premier jet défavorable (2-1 par exemple),
tandis que votre jet (le deuxième de la partie) vous est favorable (6-1 par exemple).
Puis votre adversaire double. Acceptez-vous le double ? Pourquoi ?

.....

.....

Exercice 19 : Vous jouez un match à 3 points et **vous menez 2 à 1 post-Crawford**.
Votre adversaire obtient la main avec un premier jet favorable (3-1 par exemple),
tandis que votre jet (le deuxième de la partie) vous est défavorable (2-1 par exemple).
Puis votre adversaire double. Acceptez-vous le double ? Pourquoi ?

.....

.....

Exercice 20 : Vous jouez un match à 3 points et **vous menez 2 à 1 post-Crawford**.
Vous obtenez la main avec un premier jet favorable (3-1 par exemple).
Puis votre adversaire double. Acceptez-vous le double ? Pourquoi ?

.....

.....

Exercice 21 : Vous jouez un match à 3 points et **vous menez 2 à 1 post-Crawford**.
Vous obtenez la main avec un premier jet défavorable (2-1 par exemple).
Puis votre adversaire double. Acceptez-vous le double ? Pourquoi ?

.....

.....

3. Matches à 5 points

Exercice 22 : Vous jouez un match à 5 points et **votre adversaire mène 3 à 1.**

Votre adversaire décide de doubler et vous acceptez ce double.

Que faites-vous à votre prochain tour de jouer ? Pourquoi ?

.....

.....

.....

.....



Exercice 23 : Vous jouez un match à 5 points et **votre adversaire mène 1 à 0.**

Votre adversaire a précédemment accepté le cube à 2.

Votre adversaire décide de redoubler, vous acceptez ce redouble et possédez maintenant un cube à 4.

Que faites-vous à votre prochain tour de jouer ? Pourquoi ?

.....

.....

.....

.....



Exercice 24 : Vous jouez un match à 5 points et **votre adversaire mène post-Crawford (4 à 1 ou 4 à 2, ou 4 à 3).**

Après le premier jet de dés, que décidez-vous de faire dès votre prochain tour de jouer ? Pourquoi ?

.....

.....

.....

Exercice 25 : Vous jouez un match à 5 points et **vous menez 4 à 0 post-Crawford.**

Quel nombre minimum de parties sans gammon ni backgammon reste-t-il à votre adversaire (qui, comme vous à l'exercice 24, choisira de doubler à chaque début de partie) pour gagner ?

.....



Exercice 26 : Vous jouez un match à 5 points et **vous menez 4 à 1 post-Crawford.**

Quel nombre minimum de parties sans gammon ni backgammon reste-t-il à votre adversaire (qui, comme vous à l'exercice 24, choisira de doubler à chaque début de partie) pour gagner ?

.....



Exercice 27 : Vous jouez un match à 5 points et **vous menez 4 à 2 post-Crawford.**

Quel nombre minimum de parties sans gammon ni backgammon reste-t-il à votre adversaire (qui, comme vous à l'exercice 24, choisira de doubler à chaque début de partie) pour gagner ?

.....



Exercice 28 : Vous jouez un match à 5 points et **vous menez 4 à 3 post-Crawford.**

Quel nombre minimum de parties sans gammon ni backgammon reste-t-il à votre adversaire (qui, comme vous à l'exercice 24, choisira de doubler à chaque début de partie) pour gagner ?

.....



Exercice 29 : Vous jouez un match à 5 points. Y a-t-il une différence entre le nombre minimum de parties (automatiquement doublées) sans gammon ni backgammon à gagner par votre adversaire lorsque **vous menez 4 à 1 post-Crawford** et le nombre minimum de parties (automatiquement doublées) sans gammon ni backgammon à gagner par votre adversaire lorsque **vous menez 4 à 2 post-Crawford** ?

Exercice 30 : Vous jouez un match à 5 points. Y a-t-il une différence entre le nombre minimum de parties (automatiquement doublées) sans gammon ni backgammon à gagner par votre adversaire lorsque **vous menez 4 à 2 post-Crawford** et le nombre minimum de parties (automatiquement doublées) sans gammon ni backgammon à gagner par votre adversaire lorsque **vous menez 4 à 3 post-Crawford** ?

Exercice 31 : post-Crawford à 5 points

a) Vous jouez un match à 5 points et **vous menez 4 à 1 post-Crawford**.

Votre adversaire double alors que vous êtes en mauvaise posture. Acceptez-vous le double ? Pourquoi ?

.....

.....

b) Vous jouez un match à 5 points et **vous menez 4 à 1 post-Crawford**.

Votre adversaire double alors que vous êtes en bonne posture. Acceptez-vous le double ? Pourquoi ?

.....

.....

c) Vous jouez un match à 5 points et **vous menez 4 à 2 post-Crawford**.

Votre adversaire double alors que vous êtes en mauvaise posture. Acceptez-vous le double ? Pourquoi ?

.....

.....

d) Vous jouez un match à 5 points et **vous menez 4 à 2 post-Crawford**.

Votre adversaire double alors que vous êtes en bonne posture. Acceptez-vous le double ? Pourquoi ?

.....

.....

e) Vous jouez un match à 5 points et **vous menez 4 à 3 post-Crawford**.

Votre adversaire double alors que vous êtes en bonne posture. Acceptez-vous le double ? Pourquoi ?

.....

.....

f) Vous jouez un match à 5 points et **vous menez 4 à 3 post-Crawford**.

Votre adversaire double alors que vous êtes en mauvaise posture. Acceptez-vous le double ? Pourquoi ?

.....

.....

4. Matches à n points

Définition Lorsque, post-Crawford, le meneur se permet de refuser un double parce que ce refus (ou "pass") ne change pas le nombre de parties sans gammon ni backgammon à gagner de l'adversaire (qui doublera à chaque début de partie), on appelle ce pass un **free drop**.

Exercice 32 :

On note :

Score du joueur 1 Score du Match **Score du joueur 2**

1) Entourez les scores post-Crawford de matchs suivants auxquels le meneur a un free drop.

6 7 3

5 11 10

14 17 16

20 21 12

2) Énoncez une règle générale caractérisant les scores auxquels vous avez un free drop Post-Crawford.

.....

.....

.....

.....

III. Retard à la course

1. Calcul direct

Lors d'une partie de Backgammon, il est intéressant pour le joueur de savoir s'il est en retard à la course, (c'est-à-dire si ses pions sont plus loins de leur arrivée que ceux de l'adversaire sont loins de leur arrivée) et de combien.

Définition On appelle **course** ("pip count" en anglais) d'un joueur la somme des distances à l'arrivée de tous ses jetons, c'est-à-dire le nombre de points de dés minimum qu'il faut à un joueur pour rentrer tous ses jetons (sans frappe ni blocage).

Définition On appelle **retard** d'un joueur la différence :

$$\text{retard du joueur} = \text{course du joueur} - \text{course de l'adversaire}$$

Remarque

Si le retard d'un joueur est positif, ce joueur est en retard de ce nombre.

Si le retard d'un joueur est négatif, ce joueur est en avance de l'opposé (positif) de ce nombre.

Exemple 1



Ici, la course de Blanc est :

$$10 + 6 = 16$$

La course de Noir (où l'ordre des nombres de 1 à 24 est inversé) est :

$$10 \times 2 = 20$$

Le retard de Blanc est :

$$16 - 20 = -4$$

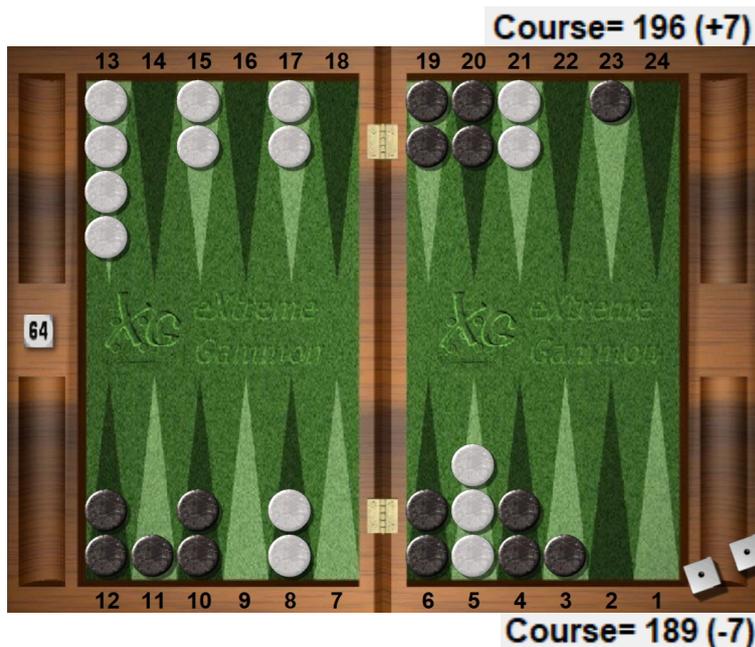
Le retard de Blanc est négatif : Blanc est en avance de 4.

Le retard de Noir est évidemment l'opposé + 4.

Le retard de Noir est négatif : Noir est en retard de 4.

Exemple 2

Le logiciel *eXtrem Gammon* fournit les courses et les retards (entre parenthèses) des deux joueurs de chaque côté du plateau :



Ici, la course de Blanc (qui rentre en bas à droite) est :

$$5 \times 3 + 8 \times 2 + 13 \times 4 + 15 \times 2 + 17 \times 2 + 21 \times 2 = 15 + 16 + 52 + 30 + 34 + 42 = 189$$

La course de Noir (où l'ordre des nombres de 1 à 24 est inversé) est :

$$2 + 5 \times 2 + 6 \times 2 + 13 \times 2 + 14 + 15 \times 2 + 19 \times 2 + 21 \times 2 + 22 = 2 + 10 + 12 + 26 + 14 + 30 + 38 + 42 + 22 = 196$$

Le retard de Blanc est :

$$189 - 196 = -7$$

Le retard de Blanc est négatif égal à -7 : Blanc est en avance de 7.

Le retard de Noir est l'opposé positif égal à $+7$: Noir est en retard de 7.

Remarque

Pour calculer ce retard, nous avons utilisé :

- 25 opérations
- des nombres entiers entre 0 et 196
- les numéros des 24 flèches.
- la mémorisation d'une première course pendant le calcul de la deuxième

Dans les pages qui suivent, nous allons introduire la méthode originale des "**jetons en surplus**", inspiré du "Colorless Pip Count" de Urquhart, qui permet d'obtenir ici le même résultat en utilisant seulement :

- 5 opérations
- des nombres entiers entre -24 et 11
- les numéros des 12 premières flèches
- des calculs de proche en proche sans aucune mémorisation d'un résultat intermédiaire

2. Retard de course sans couleur ("Colorless Pip count")

Propriété Dans une situation de jeu donnée, le retard de Blanc est le même si on échange deux pions de couleurs différentes.

Démonstration Lorsqu'on échange deux pions de couleurs différentes, on fait gagner autant de course à une couleur qu'à l'autre, et on ne change donc pas la différence entre ces deux courses.

Exemple Le retard de Blanc dans cette première situation de jeu ...



... est le même que le retard de Blanc dans cette deuxième situation de jeu où l'on a échangé les deux pions :



Entre ces deux situations :

- la course de Blanc passe de 16 à 5 ou disons de 16 à $16 - 11$
- la course de Noir passe de 20 à 9 ou disons de 20 à $20 - 11$.

Le retard de Blanc passe donc de $16 - 20$ à $5 - 9$, ou disons de $16 - 20$ à $(16 - 11) - (20 - 11)$: les 11 s'éliminent !
Le retard reste donc inchangé égal à -4 .

Remarque Il en va évidemment de même pour le retard de Noir. Les retards des deux joueurs restent inchangés.

Remarque Les courses changent évidemment entre les deux situations, mais pas leur différence.

Propriété Dans une situation de jeu donnée, le retard de Blanc est le même si on considère que les quinze premiers pions les plus proches de leur sortie sont blancs et que les quinze derniers pions les plus proches de leur sortie sont noirs.

Démonstration On a vu précédemment que le retard était inchangé si l'on échangeait deux pions de couleur différente. Il suffit alors d'effectuer plusieurs échanges entre un pion noir et un pion blanc afin d'obtenir une position où les quinze premiers pions sont de la même couleur. Le retard est alors inchangé.

Remarque Lors d'une partie, le Colorless Pip Count fournit une image mentale parfois suffisante pour estimer si un joueur est en avance ou en retard.

Exemple Dans la configuration suivante, il n'est peut-être pas évident pour le joueur débutant ne disposant d'aucune technique de calcul de course de savoir si Blanc (qui rentre en bas à droite) est en avance ou en retard :



Il suffit alors d'imaginer les quinze premiers pions de couleur blanche et les quinze derniers de couleur noire :



On s'aperçoit ici qu'avec quatre jetons blancs très en arrière sur leur point 12, avec deux jetons noirs en arrière sur leur point 11 et sans que d'autres jetons ne rattrapent vraiment ce retard, c'est Blanc qui est en retard, comme le confirme le logiciel qui donne un retard de Blanc égal à +14 : **Course= 192 (+14)**

On peut même, avec fantaisie, se dire que tous les pions sont de même couleur (d'où le nom de Colorless Pip Count) mais que les quinze pions plus en avant nous appartiennent :



C'est tout ce dont on a besoin pour le calcul du retard dans la méthode qui suit.

3. Méthode des pions en surplus

a) 1^{er} cas : quinze pions de chaque côté plateau

Définitions

On appelle **flèche** chaque triangle long et fin du plateau. Il y a 24 flèches sur un plateau de Backgammon, numérotées de 1 à 24 pour chaque joueur, la flèche 1 étant la plus proche de la sortie de ses pions.

On appellera **pion en surplus** le pion excédentaire d'une flèche lorsque deux flèches se font face sur le plateau. Par exemple, si 3 pions sont face à 5 pions, deux pions sont **en surplus**.

Définitions

On appellera **jeton en surplus positif** un jeton en surplus situé de notre côté du plateau.

On appellera **jeton en surplus négatif** un jeton en surplus situé du côté de l'adversaire.

On appellera **colonne** deux flèches se faisant face sur le plateau. Il y a douze colonnes sur le plateau, numérotées de 1 à 12, la colonne 1 étant la plus proche des sorties de ses propres pions.

On appelle **valeur** d'un jeton en surplus positif situé sur la colonne n le nombre $+n$.

On appelle **valeur** d'un jeton en surplus négatif situé sur la colonne n le nombre $-n$.

Exemples



← Ici, la cinquième jeton blanc est de notre côté.
C'est un jeton en surplus positif
de la colonne 6.
Ce jeton a pour valeur +6.



← Ici, les deux jetons noirs
sont du côté adverse.
Ce sont deux jetons en
surplus négatifs de la
colonne 10. Ils ont chacun
pour valeur - 10.



← Ici, le deuxième jeton noir est de notre côté.
C'est un jeton en surplus positif
de la colonne 4.
Ce jeton a pour valeur +4.

Méthode : Calcul d'un retard par la méthode des pions en surplus

Lorsque 15 pions d'un côté du plateau font face à quinze pions de l'autre côté du plateau, le retard d'un joueur est la somme des valeurs de tous les pions en surplus sur le plateau.

Démonstration et illustration sur un exemple

Gardons bien à l'esprit que nous sommes dans le cas où 15 pions font face à 15 pions.

Selon le Colorless Pip Count, les quinze premiers pions peuvent être considérés blancs, les quinze derniers considérés noirs :



Situation de jeu



Image mentale

Deux jetons, l'un noir, l'autre blanc, qui se font face sont alors à égale distance de leur sortie. On peut donc ne pas les considérer pour le calcul du retard.



*On élimine les pions à égale distance de leur sortie (les pions qui se font face).
Six pions suffisent ici au calcul du retard.*

Le calcul du retard peut alors se faire en utilisant seulement les pions que l'on a appelés "**pions en surplus**" dans la page précédente : on additionne les distances entre 1 et 12 des blancs et on soustrait les distances entre 1 et 12 des noirs, ce qui revient à sommer ce qu'on a appelé "**valeurs négatives ou positives des pions en surplus**" dans la page précédente.



En situation de jeu c'est en définitif cette image mentale (ici avec les couleurs originales) qu'il faut être capable de produire.

Effectuons la somme : $-12 \times 2 + 11 + 5 + 3 - 2 = -24 + 11 + 5 + 3 - 2 = -7$

Le retard de Blanc est -7 , Blanc est en avance de 7, ce qui est bien le résultat donné par le logiciel :

Course= 189 (-7)



Pour pouvoir écrire de la même encre noire sur les pions, nous jouons maintenant avec des pions blancs et des pions couleur pin.

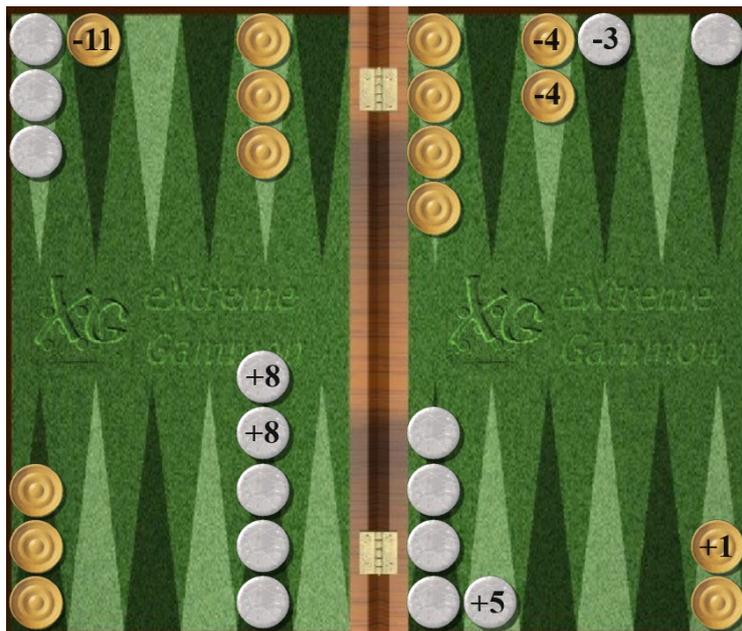


Exemple 1

On observe d'abord qu'il y a 15 pions de chaque côté du plateau :



On écrit les valeurs des pions en surplus :



On calcule la somme :

$$- 11 + 8 + 8 + 5 - 4 - 4 - 3 + 1 = 0$$

Blanc a un retard égal à 0 : il y égalité de courses.

Ce que confirme le logiciel : **Course= 154 (=)** .

Exemple 2

On observe d'abord qu'il y a 15 pions de chaque côté du plateau :



On écrit les valeurs des pions en surplus :



On calcule la somme :

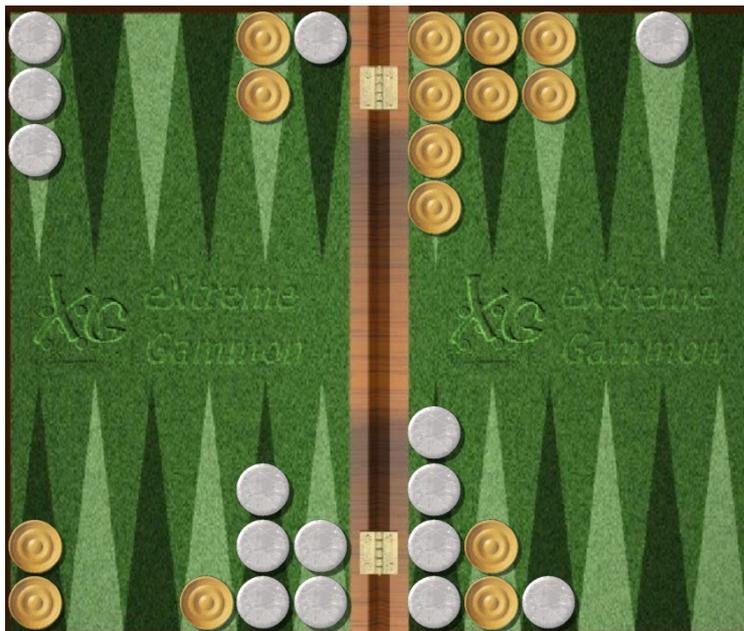
$$+ 12 - 11 - 10 - 10 - 8 + 7 + 7 + 6 - 5 + 4 = - 8$$

Blanc a un retard égal à $- 8$. Blanc est en avance de 8.

Ce que confirme le logiciel : **Course= 133 (-8)**

Exemple 3

On observe d'abord qu'il y a 15 pions de chaque côté du plateau :



On écrit les valeurs des pions en surplus :



On calcule la somme :

$$- 12 + 9 + 8 + 7 - 4 - 2 = + 6$$

Blanc a un retard égal à + 6. Blanc est en retard de 6.

Ce que confirme le logiciel : **Course= 146 (+6).**

Exercice 33 : Vérifiez que 15 pions sont de chaque côté du plateau, écrivez sur les jetons en surplus leurs valeurs, calculez et exprimez le retard de Blanc. Vérifiez avec le résultat du logiciel.



Course= 136 (-1)

.....

.....

.....

Exercice 34 : Vérifiez que 15 pions sont de chaque côté du plateau, écrivez sur les jetons en surplus leurs valeurs, calculez et exprimez le retard de Blanc. Vérifiez avec le résultat du logiciel.



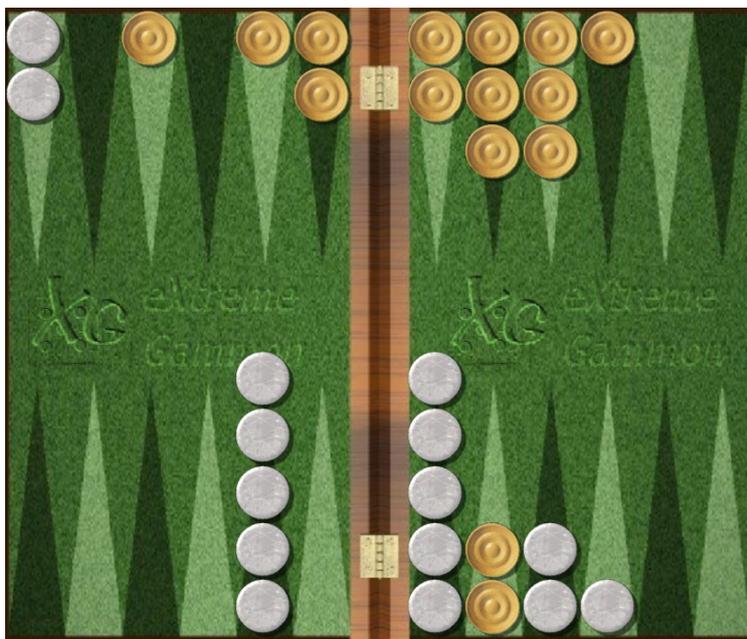
Course= 142 (-8)

.....

.....

.....

Exercice 35 : Vérifiez que 15 pions sont de chaque côté du plateau, écrivez sur les jetons en surplus leurs valeurs, calculez et exprimez le retard de Blanc. Vérifiez avec le résultat du logiciel.



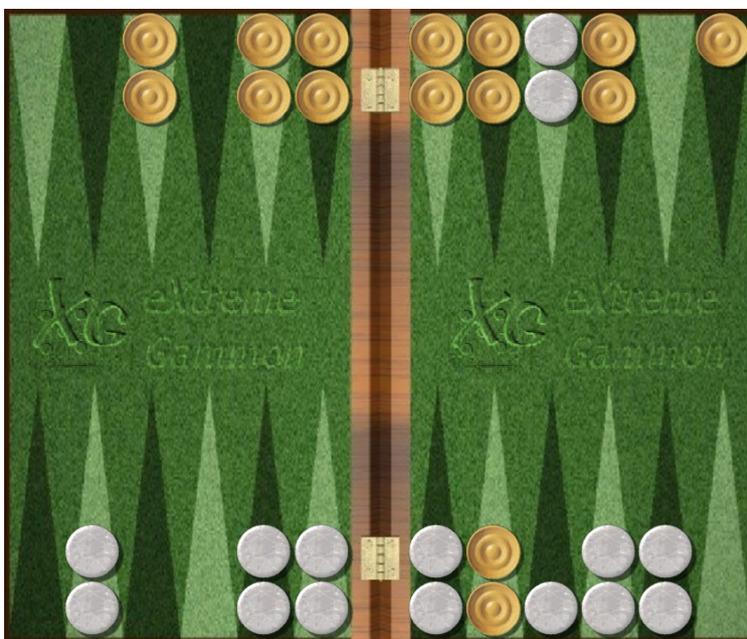
Course= 107 (-7)

.....

.....

.....

Exercice 36 : Vérifiez que 15 pions sont de chaque côté du plateau, écrivez sur les jetons en surplus leurs valeurs, calculez et exprimez le retard de Blanc. Vérifiez avec le résultat du logiciel.



Course= 120 (+1)

.....

.....

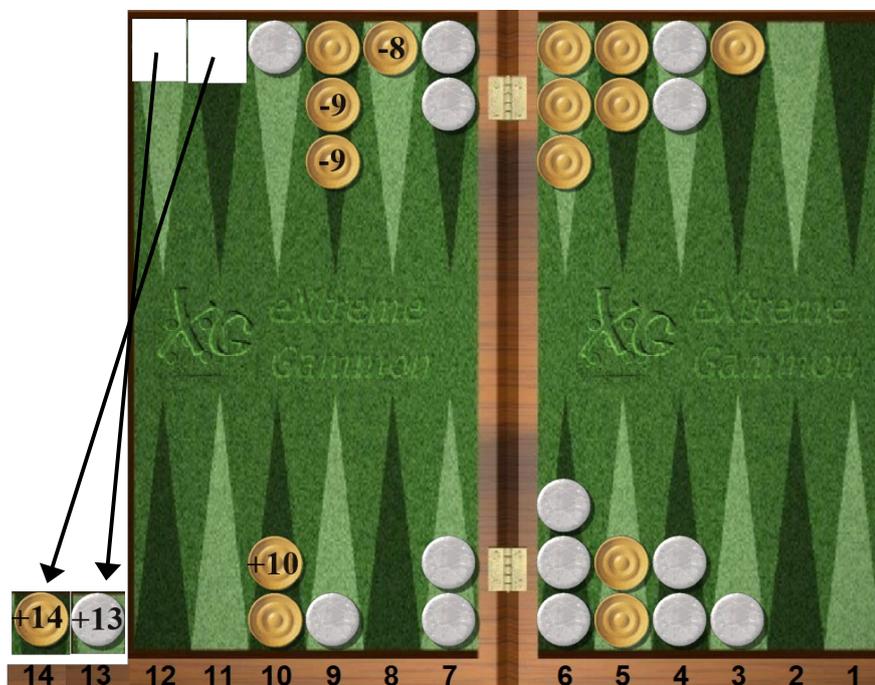
.....

b) 2° cas : 15 pions au-delà de la douzième flèche

Exemple 1 Considérons cette situation de jeu :



Comme précédemment, la couleur des pions n'importe pas pour calculer le retard. On considère les quinze premiers pions comme nous appartenant, et les quinze derniers pions appartenant à l'adversaire : le retard est le même. Grande différence ici : on n'a pas quinze pions face à quinze pions de chaque côté du plateau. Deux pions parmi les quinze premiers pions sont sur les flèches 13 et 14. Il faut être alors capable de produire une image mentale de la situation de jeu, avec toujours quinze pions d'un côté du plateau et quinze pions de l'autre, en déplaçant les flèches 13 et 14 et leurs pions de l'autre côté du plateau. On ajoute donc des flèches sur un plateau imaginaire qui ressemblerait à cela :



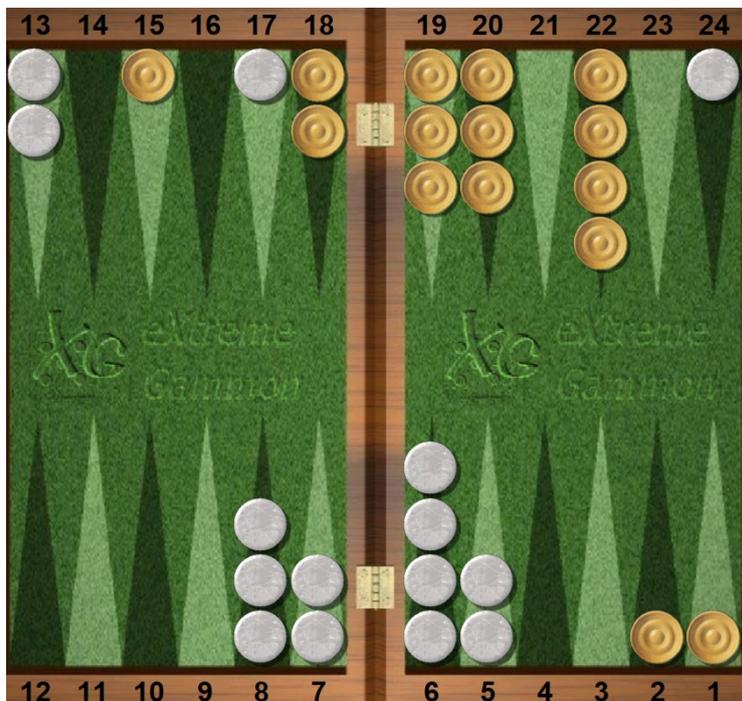
Deux pions parmi les quinze premiers sont à des distances égales à 13 et 14 de leur sortie.

On a alors bien quinze pions de chaque côté du plateau et on exécute sur ce plateau la méthode des pions en surplus, vue précédemment, pour calculer le retard :

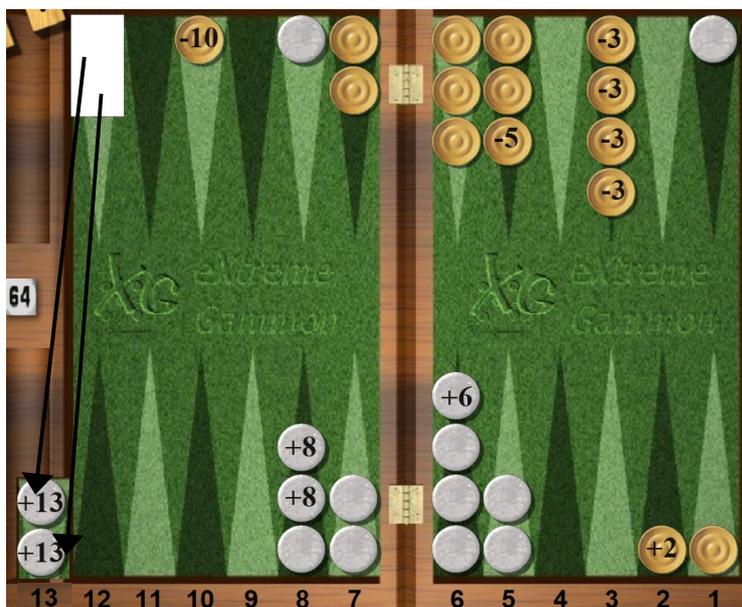
$$+14+13+10-9\times 2-8=+11$$

Blanc est en retard de 11, ce que confirme le logiciel : **Course= 158 (+11)**

Exemple 2



On déplace deux pions pour avoir quinze pions face à face tout en conservant la distance de ces pions à leur sortie :



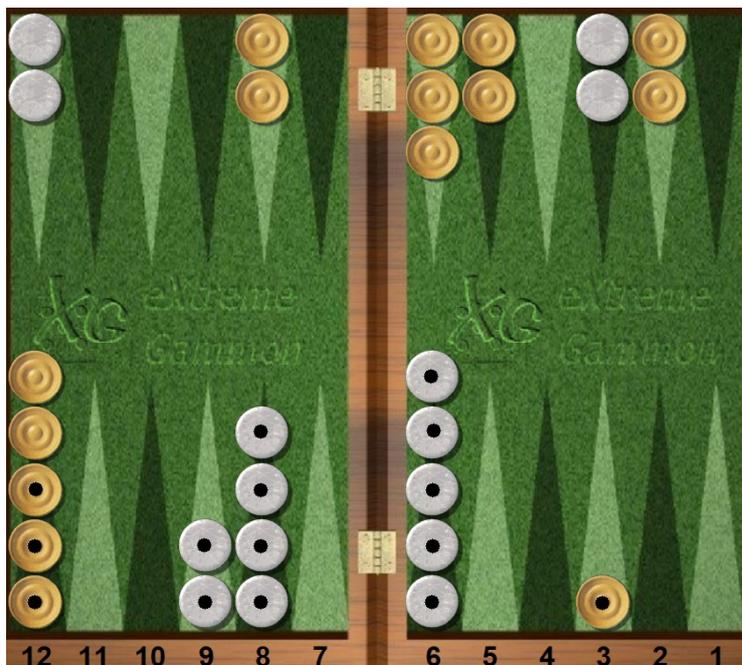
Deux pions parmi les quinze premiers sont à une distance égale à 13 de leur sortie.

Le retard est alors de :

$$+13+13-10+8+8+6-5-3\times 4+2=+23$$

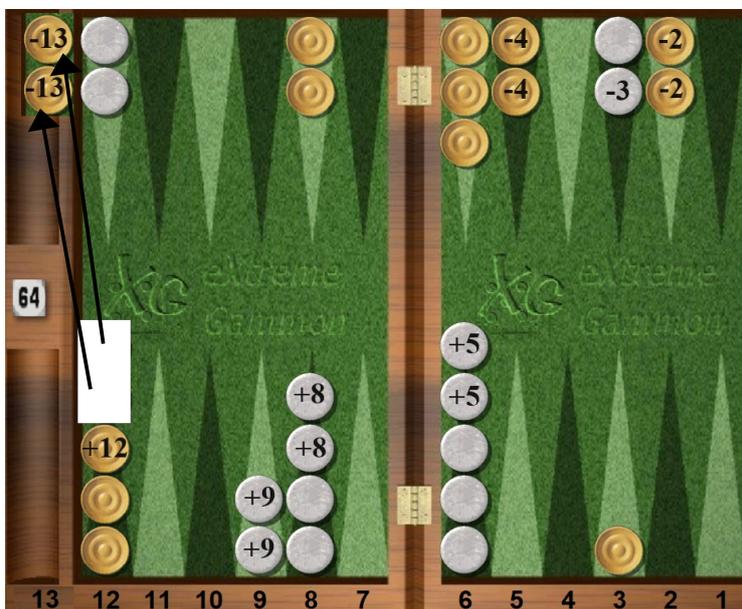
Blanc est en retard de 23, ce que confirme le logiciel : **Course= 139 (+23)**

Exemple 3 Pire situation : lorsque les quinze premiers pions et les quinze derniers pions partagent une même flèche.



Les quinze premiers pions (marqués ici d'un point) et les quinze derniers pions partagent la même flèche 12.

Il faut, comme précédemment, imaginer déplacer deux pions pour obtenir quinze pions de chaque côté du plateau tout en conservant la distance de ces pions à leur sortie.



Deux pions parmi les quinze derniers sont à une distance égale à 13 de leur sortie.

ATTENTION ! Il faut être très prudent ici lorsqu'on imagine déplacer les deux pions partageant la flèche tout en voulant compter les jetons en surplus restants sur cette colonne.

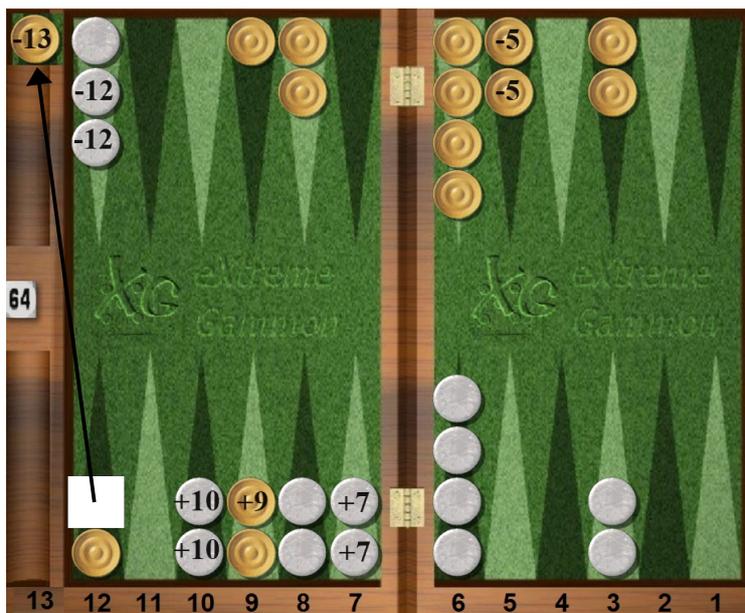
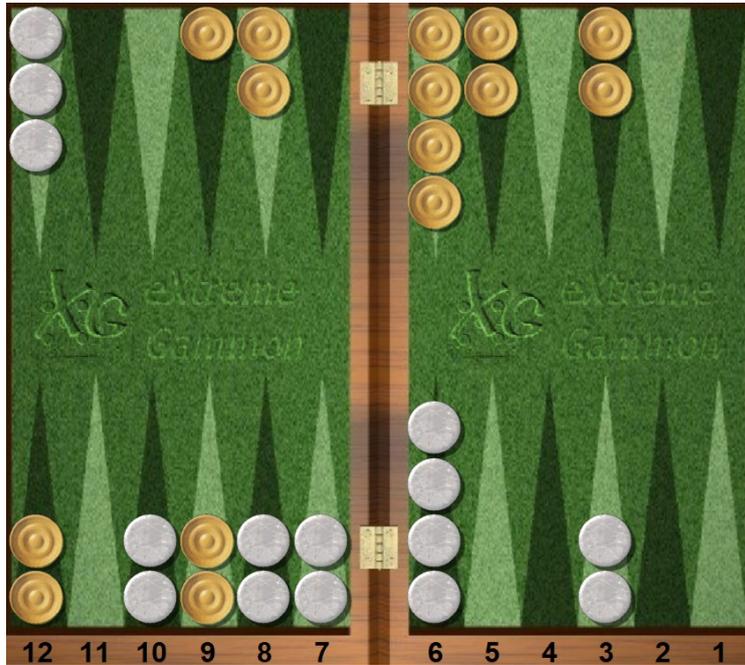
Le retard est alors de :

$$-13 \times 2 + 12 + 9 \times +8 \times 2 + 5 \times 2 - 4 \times 2 - 3 - 2 \times 2 = +15$$

Blanc est en retard de 15, ce que confirme le logiciel :

Course= 150 (+15)

Exemple 4



$$-13 - 12 \times 2 + 10 \times 2 + 9 + 7 \times 2 - 5 \times 2 = -4$$

Le retard de Blanc est de -4 .

Blanc est en avance de 4, ce que confirme le logiciel : **Course= 119 (-4)** .

Exercice 37 : Calculez et exprimez le retard de Blanc. Vérifiez avec le résultat du logiciel.



.....

.....

.....

Exercice 38 : Calculez et exprimez le retard de Blanc. Vérifiez avec le résultat du logiciel.



.....

.....

.....

Exercice 39 : Calculez et exprimez le retard de Blanc. Vérifiez avec le résultat du logiciel.



.....

.....

.....

Exercice 40 : Calculez et exprimez le retard de Blanc. Vérifiez avec le résultat du logiciel.



.....

.....

.....

Exercice 41 : Calculez et exprimez le retard de Blanc. Vérifiez avec le résultat du logiciel.



.....

.....

.....

Exercice 42 : Calculez et exprimez le retard de Blanc. Vérifiez avec le résultat du logiciel.



.....

.....

.....

Exercice 43 : Calculez et exprimez le retard de Blanc. Vérifiez avec le résultat du logiciel.



.....

.....

.....

Exercice 44 : Calculez et exprimez le retard de Blanc. Vérifiez avec le résultat du logiciel.



.....

.....

.....

Corrigés des exercices

Exercice 1 :

- 1) En raison des nombreuses symétries du cube, chaque face d'un dé a la même probabilité d'apparaître.
- 2) Un jet double comme 3-3 n'a qu'une seule chance sur 36 d'apparaître, et ce lorsque les deux dés montrent la face 3. Un jet simple comme 3-1 a 2 chances sur 36 d'apparaître : lorsqu'en distinguant les deux dés, le premier dé montre 3 et que le deuxième dé montre 1, ou bien lorsque le premier dé montre 1 et que le deuxième dé montre 3. Un jet simple a donc deux fois plus de chance d'apparaître qu'un jet double, ce qui explique la grande différence d'occurrences entre les jets simples et les jets doubles.
- 3) Chacun des tirages du tableau, nommés en distinguant les deux dés, a une chance sur 36 d'apparaître.

Exercice 2 :

- 1) a. Tous les tirages contenant le chiffre 1 frappent.
b. Il y a donc 11 chances sur 36 de frapper à une distance égale à 1.
- 2) a. Tous les tirages contenant 4 frappent. Le tirage 2-2 frappent également. Le tirage 1-1 en jouant 4 fois 1 avec le même pion frappe également.
b. Il a 13 chances sur 36 de frapper à une distance égale à 4 sans obstacle.

Exercice 3 : Les huit distances qui ne permettent aucune frappe entre 1 et 24 sont 13, 14, 17, 19, 21, 22 et 23. Si l'on veut ne subir aucune frappe, mieux vaut s'y placer. Si l'on veut au contraire subir une frappe, mieux vaut les éviter.

Exercice 4 : Les **jets doubles (en gras)** ne sont comptés qu'une seule fois, les jets simples (indiqués ici sans distinguer les deux dés, sans ordre) sont comptés deux fois.

Distance sans obstacle	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	15	16	18	20	24
Jets qui frappent à cette distance	1-1 1-2 1-3 1-4 1-5 1-6	1-1 2-1 2-2 2-3 2-4 2-5 2-6	1-1 2-1 3-1 3-2 3-4 3-5 3-6	1-1 1-3 2-2 4-1 4-2 4-3 4-4 4-5 4-6	3-2 4-1 5-1 5-2 5-3 5-4 5-5 5-6	1-5 2-2 2-4 3-3 6-1 6-2 6-3 6-4 6-5 6-6	2-5 3-4 6-1	2-2 2-6 3-5 4-4	3-3 3-6 4-5	4-6 5-5	5-6 3-3 4-4 6-6	5-5	4-4	6-6	5-5	6-6	
Nombre de jets qui frappent	11	12	14	15	15	17	6	6	5	3	2	3	1	1	1	1	1

Exercice 5 : Des résultats à connaître !

- Le plus grand écart de probabilités de frapper de deux distances successives est entre les distances : 6 et 7.
 Il y a autant de chance de frapper à une distance égale à 3 qu'à une distance égale à 4 : Faux.
 Il y a autant de chance d'être frappé à une distance égale à 4 qu'à une distance égale à 5 : Vrai.
 Il y a autant de chance d'être frappé à une distance égale à 7 qu'à une distance égale à 8 : Vrai.
 Il y a autant de chance d'être frappé à une distance égale à 8 qu'à une distance égale à 9. Faux.
 La probabilité de frapper à une distance égale à 11 est plus grande qu'à une distance égale à 12 : Faux.

Exercice 6 :



La probabilité pour Noir de frapper est $\frac{13}{36}$, avec les jets (indiqués ici sans distinguer les deux dés, sans ordre) 3-1, 4-1, 4-2, 4-3, 4-4, 4-5, 4-6. Tandis que 1-1 et 2-2 ne peuvent pas être joué.

Exercice 7 :

1.



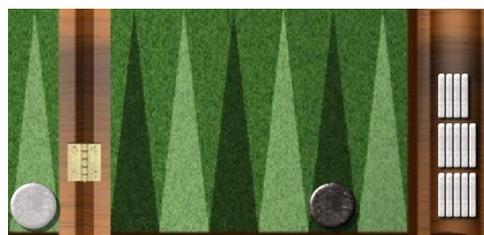
Il y a une différence de probabilité pour Noir de frapper entre ces deux situations car les jets 1-1 et 2-2 ne peuvent pas frapper dans la deuxième situation.

2.



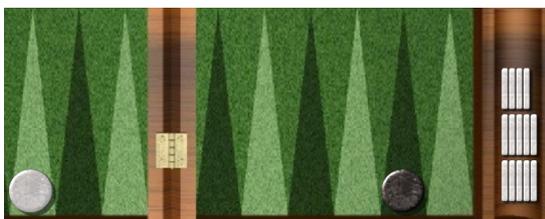
Il y a une différence de probabilité pour Noir de frapper entre ces deux situations car le jet 1-1 ne peut pas frapper dans la deuxième situation.

3.



Il n'y a pas de différence de probabilité de frapper entre ces deux situations. Les jets qui frappent sont les mêmes. Observez dans la deuxième situation que 3-2 frappe en commençant par 2, et 4-1 frappe en commençant par 1.

4.



Il y a une différence de probabilité de frapper entre ces deux situations car le jet 3-4 ne peut pas frapper dans la deuxième situation (les jets 1-6 et 2-5 frappent toutefois dans les deux situations).

Exercice 8 :



La probabilité pour Noir de frapper est $\frac{25}{36}$ avec les jets 1-1, 1-2, 3-1, 3-2, 3-3, 3-4, 3-5, 3-6, 1-4, 5-1, 5-2, 5-4, 5-5 et 5-6.

Exercice 9 :



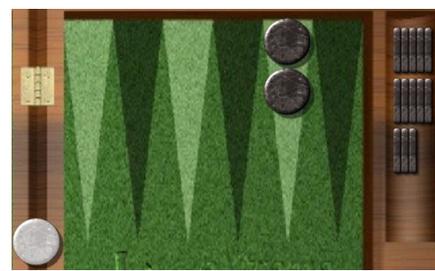
La probabilité pour Noir de frapper est $\frac{27}{36}$, c'est-à-dire 0,75, avec les jets 1-1, 1-3, 1-5, 2-2, 3-3, 4-1, 4-2, 4-3, 4-4, 4-5, 4-6, 6-1, 6-2, 6-3, 6-5, 6-6.

Exercice 10 :



La probabilité pour Noir de frapper est $\frac{7}{36}$ avec les jets 3-3, 3-6, 4-5, 6-5.

Exercice 11 : Une porte fermée.



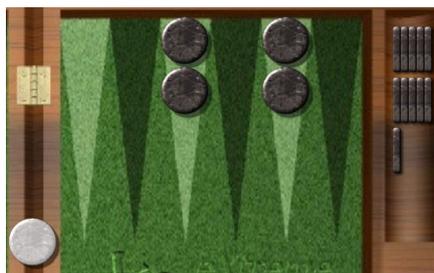
Dans la première situation, 6-6 est le seul jet qui ne permet pas à Blanc de rentrer de la barre.

Dans la deuxième situation, 2-2 est le seul jet qui ne permet pas à Blanc de rentrer de la barre.

La probabilité de ne pas rentrer lorsqu'une porte de l'adversaire est fermée est égale à $\frac{1}{36}$.

La probabilité de rentrer lorsqu'une porte de l'adversaire est fermée est $\frac{35}{36}$.

Exercice 12 : Deux portes fermées.



Les jets 2-4 (compté deux fois), 2-2 et 4-4 ne permettent pas à Blanc de rentrer de la barre.

La probabilité de ne pas rentrer lorsque deux portes de l'adversaire sont fermées est égale à $\frac{4}{36}$.

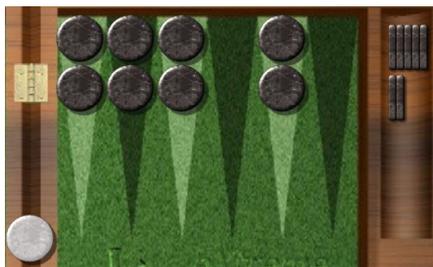
La probabilité de rentrer lorsque deux portes de l'adversaire sont fermées est égale à $\frac{32}{36}$.

Exercice 13 : Formule générale : n portes fermées

La probabilité de ne pas rentrer lorsque n portes de l'adversaire sont fermées est égale à $\frac{n^2}{36}$.

On peut s'en convaincre en dressant le tableau qui suit.

Par exemple dans le cas ci-dessous où les portes 2, 4, 5 et 6 de l'adversaire sont fermées :



Les tirages ne permettant pas de rentrer sont les $4^2 = 16$ tirages figurant dans ce tableau :

Dé 2	Dé 1	2	4	5	6
2		(2 ; 2)	(4 ; 2)	(5 ; 2)	(6 ; 2)
4		(2 ; 4)	(4 ; 4)	(5 ; 4)	(6 ; 4)
5		(2 ; 5)	(4 ; 5)	(5 ; 5)	(6 ; 5)
6		(2 ; 6)	(4 ; 6)	(5 ; 6)	(6 ; 6)

Pour n portes fermées de l'adversaire, ce même tableau comportera n lignes et n colonnes, soit n^2 cases.

Pour n portes fermées de l'adversaire, la probabilité de ne pas rentrer est donc égale à $\frac{n^2}{36}$.

La probabilité de rentrer lorsque n portes de l'adversaire sont fermées, qui est l'évènement contraire au précédent, est donc égale à $1 - \frac{n^2}{36}$, c'est-à-dire $\frac{36 - n^2}{36}$.

Nombre de portes fermées	0	1	2	3	4	5	6
Probabilité de rentrer de la barre	$\frac{36}{36} = 1$	$\frac{35}{36} \approx 0,97$	$\frac{32}{36} \approx 0,89$	$\frac{27}{36} \approx 0,75$	$\frac{20}{36} \approx 0,56$	$\frac{11}{36} \approx 0,31$	$\frac{0}{36} = 0$

Exercice 14 : On peut gagner un match à 3 points avec 3 victoires simples, 1 victoire simple et un gammon, 1 backgammon, 2 gammons, 1 victoire simple lors d'une partie redoublée à 4, 2 victoires simples dont au moins une lors d'une partie doublé ou redoublée, 1 gammon lors d'une partie doublée ou redoublée ... parmi d'autres scénarios.

Exercice 15 – 16 - 17 : Je double ou redouble automatiquement. En effet, si je perds cette partie, je perds le match. Si je ne la perds pas, je veux moi aussi pouvoir directement gagner le match.

Exercice 18 : Oui je prends et accepte le double. Comme pour moi dans les exercices 15, 16 et 17, l'adversaire double automatiquement dès le début de cette partie. Avec un départ que j'estime favorable, j'accepte le double.

Exercice 19 : Non, je passe et refuse le double. Comme pour moi dans les exercices 15, 16 et 17, l'adversaire double automatiquement dès le début de cette partie. Qu'il lui manque un ou deux points, il ne lui reste donc plus qu'une partie à jouer. Avec un départ défavorable pour moi, je refuse le double et préfère démarrer la partie autrement.

Exercice 20 : Oui, je prends et accepte le double. L'adversaire double automatiquement cette partie. Qu'il ait 1 point ou 2 points, il ne lui reste plus qu'une partie à jouer. Me concernant, prendre la main et jouer en premier (quelquesoit le jet, voir exercice suivant) constitue un avantage suffisant pour moi pour accepter le double.

Exercice 21 : **Attention, question délicate !** Oui, je prends et accepte le double. L'adversaire double automatiquement cette partie. Qu'il ait 1 point ou 2 points, il ne lui reste plus qu'une partie à jouer. Prendre la main et jouer en premier, **que le jet soit favorable ou défavorable**, constitue un avantage suffisant pour moi pour accepter le double.

Exercice 22 : Je redouble pour qu'il ne me reste à moi aussi qu'une seule victoire pour gagner le match.

Exercice 23 : Je redouble à 8 pour qu'il ne me reste à moi aussi qu'une seule victoire pour gagner le match.

Exercice 24 : Il ne reste qu'un point à l'adversaire pour gagner. Je double automatiquement à chaque début de partie pour que chaque partie vaille 2 points, ce qui accélérera ma remontée.

Exercice 25 : C'est une question piège ! Le score 4 à 0 post-Crawford n'existe pas. A 4 à 0, on est forcément Crawford.

Exercice 26 : Au score de 1 point dans un match à 5, au minimum deux parties (automatiquement doublées) sans gammon, ni backgammon sont nécessaires pour gagner le match.

Exercice 27 : Au score de 2 points dans un match à 5, au minimum deux parties (automatiquement doublées) sans gammon, ni backgammon sont nécessaires pour gagner le match.

Exercice 28 : Au score de 2 points dans un match à 5, au minimum deux parties (automatiquement doublées) sans gammon, ni backgammon sont nécessaires pour gagner le match.

Exercice 29 : Non, il n'ya pas de différence entre le nombre minimum de parties (automatiquement doublées) sans gammon ni backgammon à gagner par votre adversaire lorsque **vous menez 4 à 1 post-Crawford** et le nombre minimum de parties (automatiquement doublées) sans gammon ni backgammon à gagner par votre adversaire lorsque **vous menez 4 à 2 post-Crawford**

Exercice 30 : Oui, il y a une différence entre le nombre minimum de parties (automatiquement doublées) sans gammon ni backgammon à gagner par votre adversaire lorsque **vous menez 4 à 1 post-Crawford** et le nombre minimum de parties (automatiquement doublées) sans gammon ni backgammon à gagner par votre adversaire lorsque **vous menez 4 à 2 post-Crawford**

Exercice 31 : a) Non. b) Oui. c) Oui. d) **Oui.** e) Oui. f) Non.

Exercice 32 : Post-Crawford, le meneur a un free-drop lorsque le score de l'adversaire est impair.

Exercices 33 à 44 : Les retards de course sont donnés dans les exercices.